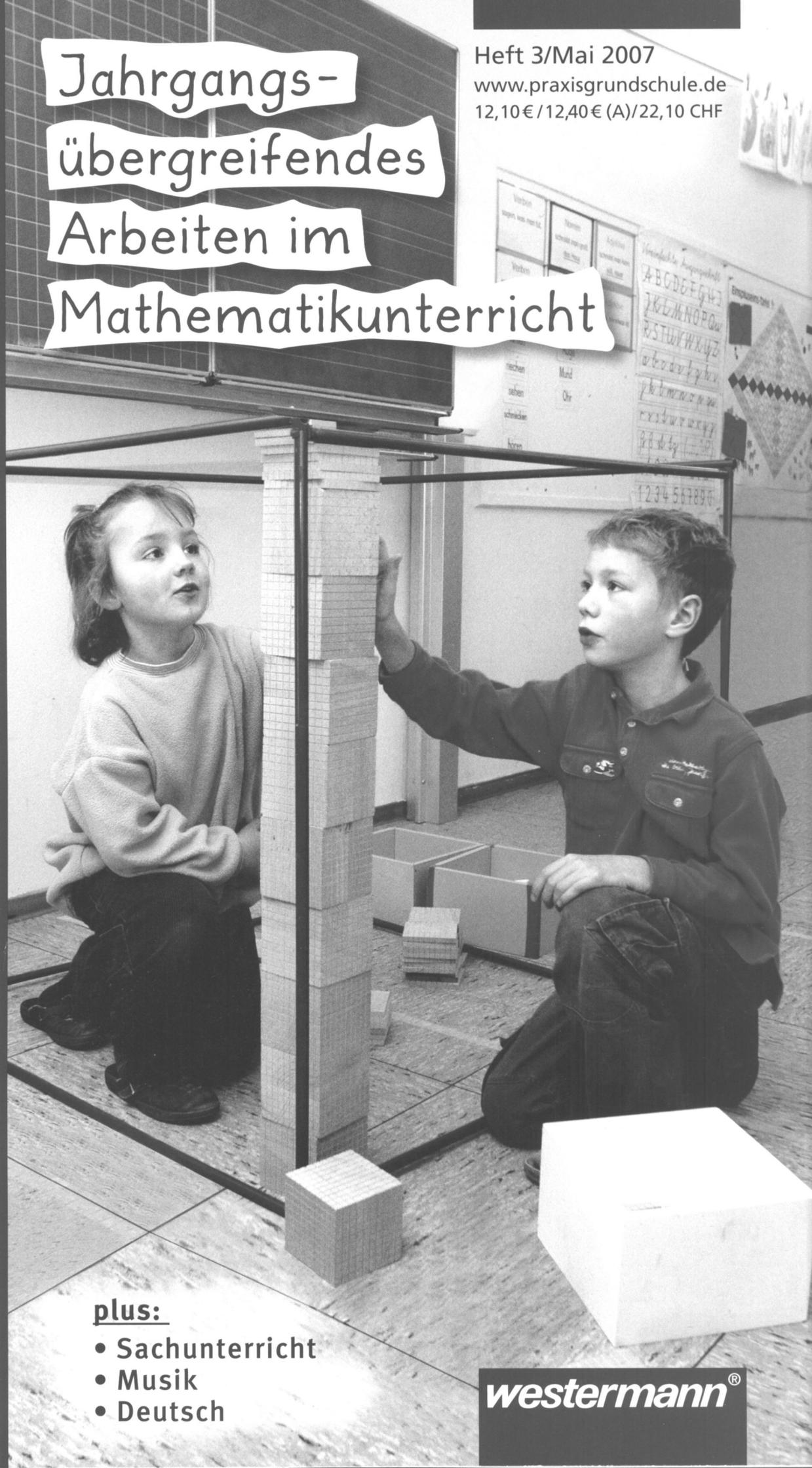


Jahrgangs-  
übergreifendes  
Arbeiten im  
Mathematikunterricht

Heft 3/Mai 2007

[www.praxisgrundschule.de](http://www.praxisgrundschule.de)

12,10 € / 12,40 € (A) / 22,10 CHF

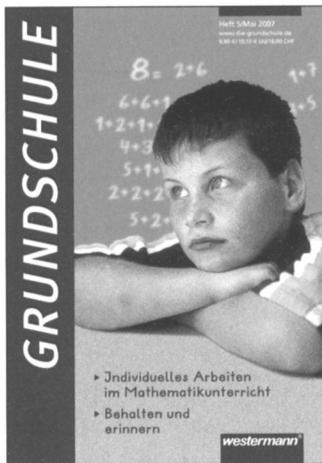


**plus:**

- Sachunterricht
- Musik
- Deutsch

**westermann®**

# INHALT



In Heft 5/2007 der Grundschule finden Sie ebenfalls Artikel zum Mathematikunterricht – auch zum jahrgangsübergreifenden Unterrichten. Zu bestellen ist das Heft telefonisch unter 0531/708-8631.

Die Lösungen der Schüleraufgaben zu den Artikeln von S. 14, 18 und 22 finden Abonentinnen und Abonneten unter [www.praxisgrundschule.de/unterricht/loesungen.php](http://www.praxisgrundschule.de/unterricht/loesungen.php).

## Jahrgangsübergreifendes Arbeiten im Mathematikunterricht

SUSANNE BOBROWSKI/MARIANNE GRASSMANN

### 4 Erste Erfahrungen und Anregungen zum jahrgangsübergreifenden Unterricht

PETER JANSEN

### 6 Individualisierte Übung der Zerlegungen

KLAUS-PETER EICHLER

### 10 Muster auf unseren Wegen

Ein fächerübergreifendes Thema von Klasse 1 an

BETTINA BLANCK

### 14 Denken in Möglichkeiten mit der „3-Fach-Schüttelbox“

Ein bekanntes Arbeitsmittel weiterentwickelt

INGELORE DEECKE/ANDREA KNOPP

### 18 Erste Schritte in einer veränderten Eingangsstufe

SUSANNE BOBROWSKI

### 22 Größenbereich: Geld

Ein Thema für gemeinsames Arbeiten im jahrgangsübergreifenden Unterricht

## Sachunterricht – Musik – Deutsch

PETRA M. SPIES

### 32 Eine Brücke aus Papier

EVA MEIDEL

### 34 Das klinget so herrlich!

„Die Zauberflöte“ im Klassenzimmer

### 44 Unsere Weitererzählgeschichte

CHRISTINE PAMMINGER

### 46 Was? Wo? Wie?

Eine Kartei für sinnerfassendes Lesen und räumliches Denken

### 58 Autorinnen und Autoren Impressum

## COPY

Mit dem Erwerb dieser Zeitschrift ist von Ihnen eine Gebühr entrichtet worden, die Sie zur Vervielfältigung der hierin enthaltenen Westermann Kopiervorlagen für den eigenen Unterrichtsgebrauch in der jeweils dafür benötigten Anzahl berechtigt. Eine weitergehende Verwendung ist nur mit vorheriger und ausdrücklicher Einwilligung durch die Bildungshaus Schulbuchverlage GmbH, Braunschweig, zulässig.

BETTINA BLANCK

# Denken in Möglichkeiten mit der „3-Fach-Schüttelbox“

Ein bekanntes Arbeitsmittel weiterentwickelt

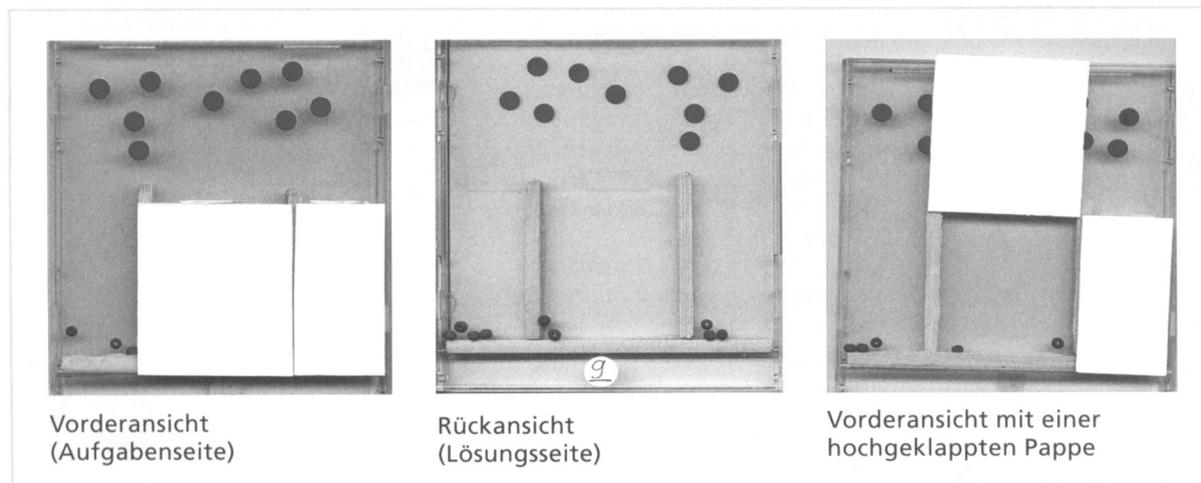


Abb. 1:  
Die 3-Fach-Schüttelbox

Ein Arbeitsmittel, das für jahrgangübergreifenden Unterricht geeignet ist, muss viele Möglichkeiten zum Einsatz bieten. Die vorgestellte Schüttelbox regt zu offenen Aufgaben an, die die Kinder zu einem Denken in Möglichkeiten herausfordern und ihr mathematisches Verständnis erweitern.

Die 3-Fach-Schüttelbox ist eine Weiterentwicklung der 2-Fach-Schüttelbox, mit der die Zahlzerlegung bzw. Zahlergänzung im 10er-Raum erarbeitet und geübt werden kann. Die von mir gebauten Schüttelboxen sind durchsichtige CD-Boxen, die mit zwei eingeklebten Holzstäbchen in drei nach oben offene Fächer unterteilt sind, in die die Perlen fallen können, wenn man die Boxen schüttelt. Die Sicht auf den Inhalt von zwei Fächern bei der 3-Fach-Schüttelbox ist mit zwei hochklappbaren Pappen verdeckt. Auf der einen Seite der Box ist die Anzahl der enthaltenen Perlen als Ziffer notiert, und auf der anderen Seite klebt die entsprechende Anzahl Klebepunkte (siehe Abb. 1).

Mit durchsichtigen Boxen können die Kinder sowohl allein als auch zu zweit arbeiten (vgl. Ra-

datz u. a. 1996, S. 72). Ein Kind sieht die Aufgabenseite, das ihm gegenüber sitzende Kind sieht die Lösungsseite. Der Vorteil durchsichtiger Boxen mit hochklappbaren und nicht fest angeklebten Pappen besteht darin, dass auch die Bedeutung der Stellen der Perlen thematisierbar wird. Das Entdecken der Tauschverteilung (in Analogie zur Tauschaufgabe) durch Umdrehen der Boxen ist eine Erkenntnismöglichkeit, derer man sich beraubt, wenn man mit Boxen arbeitet, die nur von einer Seite einsehbar sind, oder die man einschränkt, wenn die Fächer fest abgedeckt sind.

Die neue Qualität der 3-Fach-Schüttelbox – nämlich die Herausforderung zum Denken in Möglichkeiten (vgl. Blanck 2006) – entsteht durch das Abdecken von zwei der drei Fächer. Während es mit der 2-Fach-Schüttelbox immer nur eine Antwortmöglichkeit gibt, sobald man die Anzahl der Perlen in dem sichtbaren Fach kennt, sind bei der 3-Fach-Schüttelbox mit zwei abgedeckten Fächern unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten zu erwägen. Sind 3 Perlen in dem einen Fach einer 3-Fach-Schüttelbox mit insgesamt

9 Perlen sichtbar, so gibt es – unter Beachtung der verschiedenen Fächer, in denen sich die Perlen befinden können – 7 Möglichkeiten, wie die weiteren 6 Perlen auf die anderen beiden Fächer verteilt sein mögen. Selbst wenn man nicht wissen kann, was der Fall ist, hat man, wenn man alle möglichen Lösungen erwägt, auch die schließlich richtige Lösung miterfasst. Die Kinder können erkennen, dass ein Unterschied besteht, ob man zu einer Aufgabe die Lösung eindeutig wissen kann oder ob man zwar adäquate Lösungsmöglichkeiten erwägen, die faktisch vorliegende Lösung aber nicht wissen kann. Trotz des Nicht-Wissens angesichts zweier abgedeckter Fächer, kann man durch entsprechendes vollständiges Erwägen eine reflexive Sicherheit im Umgang mit diesem Nicht-Wissen erlangen. Die 3-Fach-Schüttelbox fordert im Unterschied zur 2-Fach-Schüttelbox zu einem Denken in Möglichkeiten auf. Zwar kann man bei der 2-Fach-Schüttelbox auch beide Fächer abdecken und so zu einem Denken in Möglichkeiten herausfordern, die Verbindung von Wissen (sichtbares Fach) und Nicht-Wis-

sen (abgedeckte Fächer) hat man aber nur bei der 3-Fach-Schüttelbox.

## Potenzial für jahrgangsübergreifenden Unterricht

Die 3-Fach-Schüttelbox lässt sich wegen ihrer Möglichkeiten einer „Differenzierung im Thema“ (vgl. Hecker 2006, S. 18) im jahrgangsübergreifenden Unterricht einsetzen. Ich gehe zunächst auf einfachere und dann auf komplexere Entdeckungs- und Übungsmöglichkeiten ein. Erst wenige Wochen eingeschulte Kinder können bereits grundlegende Entdeckungen mit der 3-Fach-Schüttelbox machen. Voraussetzung hierfür ist, dass die Kinder bereits mit der 2-Fach-Schüttelbox gearbeitet haben und am besten schon die Zerlegungsmöglichkeiten zur Zahl 3 mit der 2-Fach-Schüttelbox „im Kopf schütteln können“. Zur Einführung der 3-Fach-Schüttelbox bietet sich ein Vergleich mit der 2-Fach-Schüttelbox an, beide gefüllt mit 3 Perlen. Hierfür können größere Demonstrationsboxen und Plakate hilfreich sein, an denen man gemeinsam erarbeitet, wie sich die unterschiedlichen Ergebnisse notieren lassen.

Für Kinder, die erst wenige Wochen in der Schule sind, kann nach einer Einführung der Auftrag für die Arbeit mit einer Partnerin bzw. einem Partner lauten: Nehmt eine 3-Fach-Schüttelbox mit 3 Perlen und findet so viele unterschiedliche Verteilungen wie möglich heraus und schreibt diese auf das Arbeitsblatt (siehe S. 17). Der Arbeitsauftrag sollte eingebettet in die Aufgabe sein, herauszufinden, welche von den Kindern zuvor geäußerte Vermutungen richtig waren. Solche Vermutungen können etwa sein: „Wenn es ein Fach mehr gibt, dann muss es auch mehr Möglichkeiten geben“. „In beiden Boxen sind 3 Kastanien, deshalb gibt es bei beiden Boxen 4 Möglichkeiten“. „3 ist eine kleine Zahl, bei kleinen Zahlen gibt es nicht viele Möglichkeiten“.

Wichtig ist, dass der Schwerpunkt der Arbeit darin besteht, alle Verteilungsmöglichkeiten aus-



Fotos: Bettina Blanck

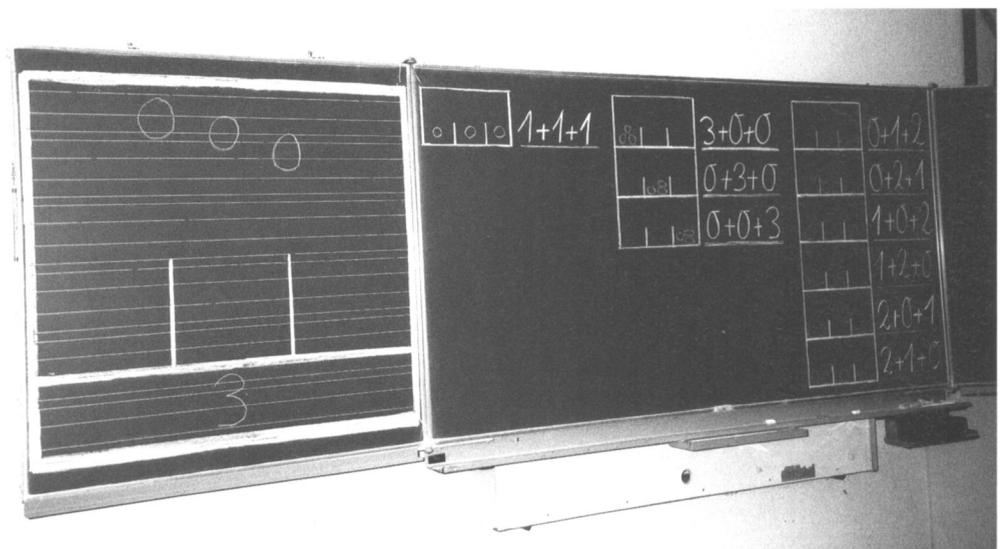
probierend herauszufinden, sodass ein Denken in Möglichkeiten und das kombinatorische Vermögen der Kinder herausgefordert und gefördert werden. Andernfalls wären viele Kinder unterfordert. Bei der gemeinsamen Besprechung kann ein vorstrukturiertes Tafelbild, in das die Ergebnisse der Kinder eingetragen werden, Entdeckungen der Kinder unterstützen (siehe Abb. 3).

Welche Entdeckungen die Kinder auf dem Weg hin zu diesem Tafelbild machten, zeigen folgende Äußerungen: „Wenn in jedem Fach 1 Perle ist, gibt es nichts anderes“ (zur ersten Spalte des Tafelbildes). „Die 3 Perlen wandern von Fach zu Fach“ (zur zweiten Spalte des Tafelbildes). „Wenn es eine 3 und eine 0 gibt, geht mehr, als wenn man nur eine 1 hat“ (zur ersten und zweiten Spalte im Vergleich). „Die Möglichkeiten werden immer mehr“ (das Kind zeigte

dabei auf die verschiedenen Spalten). „Da kann man zählen: 0, 1, 2 und dann wird die 1 und 2 getauscht“ (zur ersten und zweiten Möglichkeit der dritten Spalte; ähnliche weitere Äußerungen gab es zu den anderen Möglichkeiten der dritten Spalte). Herausfordernd ist, wenn zunächst eine Lücke im Tafelbild bleibt (bei mir in der dritten Spalte des Tafelbildes). Ein Junge konnte diese schließen und erläuterte seine Lösung mit Verweis auf die Strukturen, die er entdeckt hatte, so: „Die erste Zahl bleibt immer gleich. Danach sind die Zahlen einmal so herum und dann vertauscht. Hier steht  $1 + 0 + 2$ , dann muss da hin:  $1 -$  die bleibt – und dann  $2 + 0 -$  vertauscht.“ Das Ergebnis der Arbeit, nämlich dass es 10 Verteilungsmöglichkeiten von 3 Perlen auf 3 Fächer gibt, obwohl es nur 4 Verteilungsmöglichkeiten von 3 Perlen auf 2 Fächer gibt, hat in mei-

**Abb. 2: Demonstrations-Schüttelboxen mit Kastanien (hier ohne Pappklappen) und Einstiegsplakat für eine Stunde in einer ersten Klasse**

**Abb. 3: Tafelbild in einer ersten Klasse zur Arbeit mit der 3-Fach-Schüttelbox zur Zahl 3**



ner Klasse alle Kinder überrascht. So viele Möglichkeiten hatte kein Kind vermutet.

Schwierigere Aufgaben ergeben sich mit höheren Perlenanzahlen, wobei es aber schnell zur kombinatorischen Explosion kommt. Schon bei 6 Perlen gibt es 28 verschiedene Verteilungsmöglichkeiten der Perlen, also 4-mal so viele wie es Verteilungsmöglichkeiten von 6 Perlen auf 2 Fächer gibt. Wie bei der 2-Fach-Schüttelbox beginnen außerdem manche Kinder nach einigen Versuchen, die Aufgaben im Kopf zu schütteln. Sie lösen sich zunehmend vom Material und wagen sich an immer größere Zahlen. Weitere Entdeckungen werden möglich, wenn man die Boxen mit zwei verschiedenfarbigen Perlen füllt.

### 3-Fach-Schüttelbox mit roten und blauen Perlen

Bei der 3-Fach-Schüttelbox mit zwei verschiedenfarbigen Perlen können die Kinder das Verfahren der Multiplikation entdecken und/oder nutzen, um beim Anblick eines Faches herauszufinden, wie viele Möglichkeiten es gibt, wie die blauen und roten Perlen in den anderen beiden Fächern aufgeteilt sein könnten. Kinder, die mit kombinatorischen Tabellen vertraut sind, werden diese Entdeckung vermutlich eher machen. Zur Multiplikation können die Kinder gelangen, wenn sie zwei getrennte Kombinatoriken, eine für mögliche Zerlegungen der restlichen (nicht-sichtbaren) blauen Perlen und eine für die möglichen Zerlegungen der rest-

lichen (nicht-sichtbaren) roten Perlen aufstellen und diese dann wiederum miteinander hinsichtlich aller Möglichkeiten durchspielen. Kinder, die so vorgehen, überlegen sich z. B. zu einer 3-Fach-Schüttelbox mit 2 blauen und 4 roten Perlen, bei der im ersten Fach 1 blaue und 1 rote Perle liegen, zunächst einmal alle Verteilungsmöglichkeiten für die beiden blauen Perlen. Da 1 blaue Perle im ersten Fach liegt und damit nicht auf ein anderes Fach verteilt werden kann, gibt es für diese beiden blauen Perlen nur 2 verschiedene Verteilungsmöglichkeiten. Die zweite blaue Perle kann entweder im zweiten oder dritten Fach liegen. Bei den 4 roten Perlen steht auch schon fest, dass 1 rote Perle im ersten Fach liegt. Für die 3 anderen roten Perlen gibt es 4 verschiedene Möglichkeiten, wie sie auf die 2 abgedeckten Fächer verteilt sein könnten. Nachdem nun die Verteilungsmöglichkeiten für die jeweiligen Perlen einer Farbe feststehen, müssen sie noch miteinander kombiniert werden. Dabei kann die folgende Tafel entstehen, die das Prinzip der Multiplikation entdecken lässt (siehe Abb. 4).

Kinder, die die Aufgaben im Kopf schütteln und die Regeln zur Bestimmung jeweiliger Zerlegungsmöglichkeiten auf 2 Fächer kennen – nämlich: so viele Verteilungsmöglichkeiten wie die Anzahl der Perlen plus eine weitere Möglichkeit  $(n + 1)$  – können diese als Ausgang für eigene Multiplikationsaufgaben nutzen:  $(n + 1)$  Möglichkeiten der Verteilung der restlichen roten Perlen auf 2 Fächer multipliziert mit  $(n + 1)$  Möglichkeiten der Verteilung der restlichen blauen Perlen auf 2 Fächer). Dabei können sie sich mehr und mehr vom Material lösen und eigene große Aufgaben erfinden, rechnen und den anderen Kindern stellen, z. B.:

In einer 3-Fach-Box befinden sich 25 Perlen, 10 rote und 15 blaue. Im ersten Fach liegen 6 rote und 7 blaue Perlen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, wie die restlichen Perlen verteilt sein können?

Noch kniffliger wird es, wenn man die Division ins Spiel bringt und zu Aufgaben wie der folgenden gelangt:

Eine 3-Fach-Schüttelbox enthält insgesamt 10 rote und 15 blaue Perlen. Im ersten Fach sieht man 6 rote Perlen. Wie viele blaue Perlen dort liegen, kann man nicht erkennen. Insgesamt gibt es 45 Möglichkeiten, wie die restlichen Perlen auf die anderen zwei Fächer verteilt sein können. Wie viele blaue Perlen liegen im ersten Fach?

Folgende Überlegungen können dann zur Lösung führen:

1. Von den 10 roten Perlen liegen 6 im ersten Fach, d. h. es sind noch 4 rote Perlen auf die anderen zwei Fächer zu verteilen; das macht  $4 + 1 = 5$  Verteilungsmöglichkeiten.
  2. 45 Verteilungsmöglichkeiten gibt es insgesamt:  $45 : 5 = 9$ .
  3. 9 Verteilungsmöglichkeiten, wie die blauen Perlen, die nicht im ersten Fach liegen, auf 2 Boxen verteilt sein können, heißt, es sind 8 Perlen  $(= 8 + 1)$  Möglichkeiten der Verteilung) auf die 2 Fächer verteilt.
  4. Im ersten Fach müssen demnach  $15 - 8 = 7$  blaue Perlen liegen.
- Dieses Beispiel zeigt, dass mit der 3-Fach-Schüttelbox – insbesondere, wenn sie losgelöst vom Material eine leitende Idee für Aufgaben mit größeren Zahlen ist – sogar über die ersten Schuljahre hinausgehend herausfordernde Denk- und Knobelaufgaben gestellt werden können.

### Literatur

- Blanck, Bettina: „Denken in Möglichkeiten“ – Vielfaltskompetenzen fördern von Anfang an. In: Hinz, Renate/Schumacher, Bianca (Hrsg.): Auf den Anfang kommt es an: Kompetenzen entwickeln – Kompetenzen stärken. Wiesbaden 2006, S. 117–124
- Hecker, Ulrich: Jahrgangsübergreifendes Lernen in der Schuleingangsphase: Überlegungen, Absichten, erste Schritte. In: Grundschule aktuell, Heft 93/2006, S. 16–18
- Radatz, Hendrik u. a.: Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover 1996
- Wittmann, Erich Ch./Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart 1994

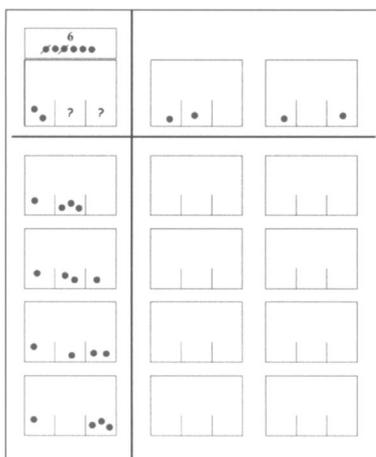


Abb. 4: Kombinatorische Erzielung der Möglichkeiten der Perlenverteilung in einer Schüttelbox mit 2 blauen und 4 roten Perlen



## **Anmerkungen zum „Schüttelbox-Artikel“ in der „Praxis Grundschule“ Heft 3, 2007**

- Die Literaturangabe zu „Wittmann/Müller“ wurde nicht gestrichen, obwohl der zu ihr gehörende Textabschnitt aus Raumgründen gestrichen wurde. Der Passus zu dieser Literaturangabe sollte am Ende der ersten Überlegungen auf Seite 15, 1. Spalte (bevor der Absatz „Potenzial für jahrgangsübergreifenden Unterricht“ beginnt) stehen und wie folgt lauten:

Diese neuen Lernmöglichkeiten rechtfertigen auch den Einsatz von Schüttelboxen gegenüber, vom Material her gesehen, weniger aufwändigeren Verfahren, wie dem Plättchen-Werfen (s. Wittmann/Müller 1994, 30f.). Plättchen-Werfen und Schüttelboxen sind dabei keine sich ausschließenden Alternativen. Vielmehr wird das Plättchen-Werfen als Übung zur Zahlzerlegung als eine Voraussetzung für die Arbeit mit Schüttelboxen betrachtet.

- Auf Seite 16, Spalte 2, Zeile 18 wurde die Korrektur „Die zweite blaue Perle ...“ in „Die 2. blaue Perle ...“ nicht übernommen.