

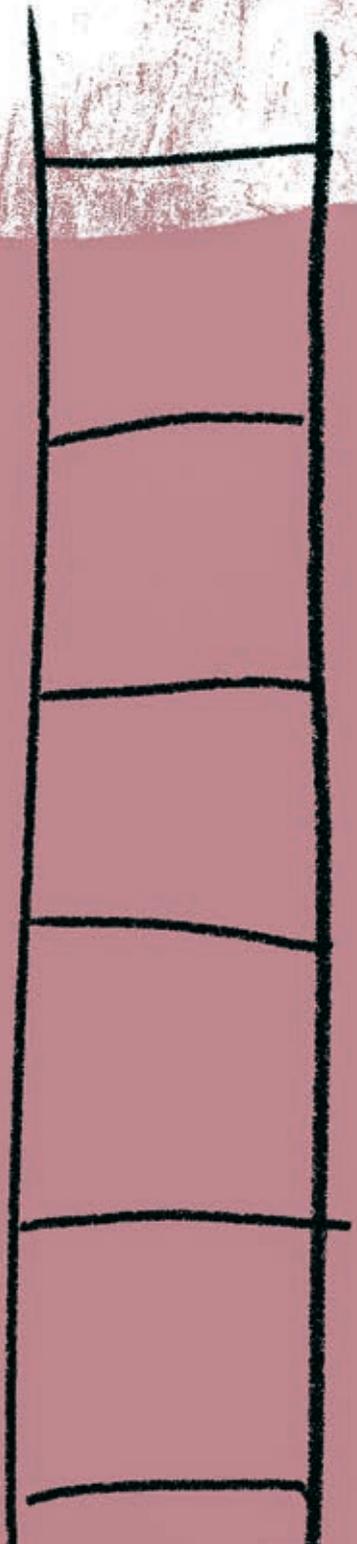


Mit Kita-Kindern mathematisch argumentieren

Hoch hinaus

In der Bauecke wird hitzig diskutiert: Wie ordnet man die Klötze für einen Turm an? Anna hat eine Idee – und eine gute Begründung. Warum Argumentieren nicht nur eine sprachliche, sondern auch eine höchst mathematische Kompetenz ist – und wie eine Leiter beim Beweisen hilft.

ANNA-MARIETHA VOGLER · ESTHER HENSCHEN · MARTINA TESCHNER





Beim Beginn des Turmbauens in der Bauspielecke diskutieren Anna, Ron und Max leidenschaftlich miteinander:

Anna: Rund.
 Max: Nein! So klein doch auch wieder nicht.

Für Max liegen die Bauklötze zu nah und er zieht die Klötze etwas weiter auseinander. Anna scheint das jedoch gar nicht zu gefallen. Sie greift deshalb ein:

Anna: Nicht so dick.
 Max: So.

Annas Veränderungen gefallen Max jedoch auch nicht und er zieht die Bausteine wieder ein Stück auseinander und legt einen fünften Baustein dazwischen. Anna ist weiterhin nicht einverstanden.

Anna: Nicht so dick
 Max: Doch! So!
 Ron: So sieht es doch wie ein Viereck aus.

Auch Ron ist nicht mit der Form einverstanden. Er wendet ein, dass dieser Grundriss eckig ist. Offensichtlich sollte er aber rund sein, denn Ron korrigiert die Steine, sodass sie symmetrischer liegen und die Form runder aussieht. Aber Anna ist nicht zufrieden:

Anna: Das Rund muss klein sein, sonst können wir nicht die Leiter nehmen.

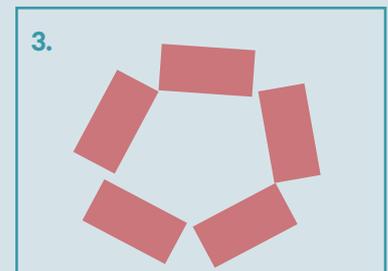
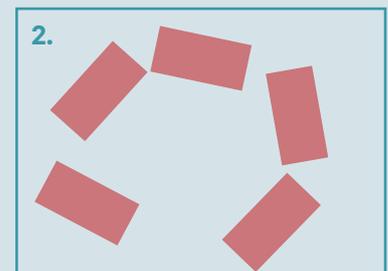
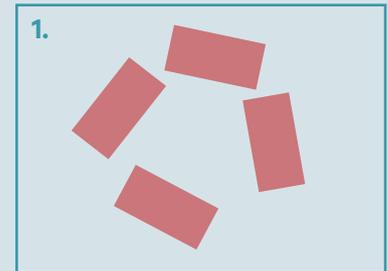
Hier finden wir zum ersten Mal eine argumentative Konstruktion: Es muss – sonst. Anna weist auf ein Ziel hin, nämlich die Leiter nehmen zu dürfen und stellt die Größe der ersten Turmschicht mit der Höhe des Turms in Zusammenhang. Vielleicht gibt es zu wenige Bausteine, um die gewünschte Höhe mit einem dickeren Turm zu erreichen, vielleicht würde diese Bauweise zu lange dauern. Wir können davon ausgehen,

dass Anna hier schon Erfahrungen gesammelt hat.

Eckig oder rund

Bei der Szene handelt es sich um eine alltägliche Situation, wie man sie in vielen Kitas in der Bauecke vorfindet. Dabei treffen unterschiedliche Vorstellungen davon, wie ein Turm aussehen muss und wie er erbaut werden soll, aufeinander: Wie soll der Grundriss aussehen? Ist der Turm eckig oder rund zu bauen? Wie ist die ideale Anordnung der Bausteine? Wie hoch sollte der Turm sein? Wie viele Bausteine

Wie soll der Turm aussehen?



Die Kinder legen die erste Reihe, die ist noch zu eckig (1). Mit einem weiteren Stein ist die Form schon besser (2). Im dritten Versuch liegen die Bauklötze so gleichmäßig, dass ein Turm entstehen kann (3).

Bild: © gettyimages/mikroman6



Wie man den perfekten Turm baut, ergründen die Kinder am besten gemeinsam. Dafür brauchen sie gute Argumente.

benötigt man für den Bau? Die Kinder versuchen, sich über ihre Ideen und ihre Vorstellungen davon, wie das Bauvorhaben realisiert werden soll, zu verständigen. Nicht selten wird jedoch auch widersprochen: So kann ein Turm auf keinen Fall aussehen! Viel zu klein! Viel zu wenig stabil! Auf diese Weise werden in Bauspielen nicht nur vielfältige Themen verhandelt, in denen Mathematik steckt. Es werden auch zentrale mathematische Kompetenzen entwickelt, die inhaltsübergreifend sind. Eine dieser Kompetenzen ist das Argumentieren.

In der Mathematik ist das Argumentieren im Zusammenhang mit dem Beweisen von zentraler Bedeutung. Dabei kann das Argumentieren unter anderem als eine Vorform des Beweisen verstanden werden. Beiden ist das logisch gültige Schließen gemeinsam. Anna sagt: „Es

muss klein sein, sonst können wir nicht die Leiter nehmen“. Dabei handelt es sich um eine Behauptung (Fachbegriff: Konklusion). Mathematisches Argumentieren dient dabei dazu, die Gültigkeit der Behauptung durch einen logischen Schluss aufzuzeigen. Aber wie kann man diese Behauptung logisch gültig aus einem bekannten mathematischen Zusammenhang (Fachbegriff: Prämisse) argumentativ folgern?

150 Reihen für den Turm

Wenn am Ende des Turmbaus eine Leiter benutzt werden soll, bedeutet das, der Turm müsste höher sein als stehend mit der Hand erreichbar. Gehen wir mal von 150 cm aus. Eine Turmreihe hat eine Höhe von 1 cm. Also müssten die Kinder 150 Reihen bauen. In der Tabelle sehen wir, wie viele Klötze insgesamt gebraucht werden, abhängig von der Anzahl

der Klötze pro Turmreihe, um diese Höhe zu erreichen.

Der Mathematikdidaktiker Götz Krummheuer stellte bereits in den 1990er-Jahren fest, dass das gemeinsame Argumentieren eine Bedingung für Mathematiklernen ist. Im Wechselspiel der gemeinsamen Argumentation werden bestehendes Wissen und vorhandene Erfahrungen der Einzelnen systematisch überschritten. Je nachvollziehbarer und überzeugender die Argumentation für die Einzelnen ist, desto wahrscheinlicher kommt es zu neuen Erkenntnissen.

So macht etwa die Argumentation von Anna die anderen Kinder auf den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Klötze in der ersten Turmreihe und der Turmhöhe aufmerksam. Darin lässt sich aus mathematikdidaktischer Perspektive eine der sogenannten fundamentalen Ideen der Mathematik erkennen: der funktionale Zusammenhang. Je mehr Steine sie pro Turmreihe verbauen, desto mehr Steine benötigen sie insgesamt für eine bestimmte Höhe des Turms. Oder: Je mehr Steine sie für jede Reihe des Turms verbrauchen, desto niedriger wird der Turm, wenn nur

Wie viele Klötze werden gebraucht?

Anzahl der Klötze pro Turmreihe	4	5	10
Anzahl der Turmreihen	150	150	150
insgesamt benötigte Klötze	600	750	1500

eine begrenzte Anzahl an Steinen zur Verfügung steht.

Auch in der Aushandlung zur Anordnung der Bausteine lässt sich eine solche fundamentale Idee erahnen: die Symmetrie. Diese hat gerade beim Turmbau – im wahrsten Sinne des Wortes – eine tragende Rolle. Durch diese gleichmäßige Bauweise wird Stabilität erzeugt.

Immer weiter auf der Leiter

Schon in dieser kurzen Spielsituation zeigt sich also, wie vielfältig und mathematisch bedeutsam Argumentationen sein können. So wie Anna, Ron und Max diskutieren Kinder beim Bauen mit ganz unterschiedlichen Materialien wie Bauklötzen oder auch spezielleren Konstruktionsmaterialien. Eine weitere Szene, dieses Mal mit Sonos-Material, zeigt, wie facettenreich Argumentieren sein kann:

Ron und Max spielen miteinander. Weil etwas auf dem Dach eines Bauwerks von den ausgedachten Spielfiguren erreicht werden soll, stellt sich die Frage, wie diese denn da hochkommen könnten. Max schlägt als Lösung eine Leiter vor. Die Idee greift Ron sofort auf. Zwar einigen sich die beiden Kinder auf den Bau der Leiter, aber welche Eigenschaften die Leiter haben muss, ist zunächst strittig. Muss eine Leiter am Bauwerk befestigt sein? Und wenn ja, wie?

Die Lösung entwickeln die Kinder im gemeinsamen Spiel durch vielfältige Argumentationsprozesse. Es wird diskutiert, wie lang die Leiter sein müsste und wie die Leiter stabilisiert werden kann: Durch Anlehnen einer entsprechend langen Leiter, diagonales Hineinstellen und Verbinden jedes Stockwerkes durch kleinere Leiterteile, durch einen Ein- oder Anbau in ganz bestimmten Winkeln mit Verbindungselementen. Die Kinder messen und verbinden, schätzen ab und positionieren Teile am Bauwerk. In einer halben Stunde entwickeln die Kinder in diesem Spiel vielfältige mathematikhaltige Lösungen und vertreten sie

argumentativ. Schließlich finden die beiden eine Lösung, wie sie mit dem Material den Anbau der Leiter umsetzen und bauen diese gemeinschaftlich an das Gebäude.

Bemerkenswert ist, dass keines der Kinder über das andere einfach bestimmt. Die beiden argumentieren, wenn auch kontrovers, auf Augenhöhe. Diese Ebenbürtigkeit unter Kindern und das Interesse an einem gemeinsamen Spiel unterstützt die ausdauernde und facettenreiche mathematikhaltige Argumentation. (Eine ausführliche Analyse dieses Beispiels findet Sie im Band Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive II, 2023 im Waxmann-Verlag erschienen.)

Sieben ist eins zu viel

Was bedeuten diese Erkenntnisse nun für die Praxis und das Unterstützen mathematischen Argumentierens in der Einrichtung? Kinder argumentieren facettenreich, gerade wenn sie ungestört sind. Innerhalb dieser Argumentationsprozesse kommen sie zu vielfältigen neuen Ideen und können dabei auch mathematische Zusammenhänge entdecken und nutzen. Die Kinder handeln in den Situationen alleine für sie bedeutsame „Probleme“ aus. Nicht unbedingt ist das, was uns Erwachsenen mathematisch bedeutsam erscheint, auch für die Kinder in diesem Augenblick von Interesse. Deshalb gilt es, die mathematischen Ideen und Argumentationen der Kinder nachzuvollziehen und zu verstehen, um an diese gegebenenfalls anknüpfen zu können. Dieses Verstehen ist durchaus herausfordernd. Gerade weil das mathematische Denken von Kindern noch nicht von etablierten mathematischen Regeln, wie wir sie aus der Schulzeit kennen, überlagert ist, kommen Kinder auf ganz ungewöhnliche und kreative mathematische Lösungen, die sich auch in deren mathematischen Argumentationen widerspiegeln. So wird beim gerechten Teilen von 7 Bonbons auf 2 Kinder

auch gerne einmal das letzte Bonbon „über den Zaun geworfen“.

Das Eingreifen von Erwachsenen kann sich in Momenten lohnen, in denen Kinder beim gemeinsamen Argumentieren keinen Konsens mehr erreichen und die Gespräche verebben oder gar zum unproduktiven Streit führen. Nachdem die Fachkraft selbst die Ideen der Kinder nachvollzogen hat, kann sie diese aufgreifen und verständlich machen. Gegebenenfalls kann sie auf Kompromissmöglichkeiten hinweisen oder neue Ideen beisteuern, die dieses oder jenes Argument stützen.

So entsteht beim gemeinsamen Argumentieren eine wechselseitige Beziehung, die das mathematische Lernen fördert und die Erfahrungs- und Ideenwelt der Kinder einbezieht. Die Folge ist ein Autonomiezuwachs auf allen Seiten. ◀

LITERATURVERZEICHNIS

- BRUNNER, ESTHER; LAMPART, JONAS; RÜDISÜLI, JANINE (2018): Mathematisches Argumentieren im Kindergarten fördern lernen: Erste Erkenntnisse zur Entwicklung der Lehrpersonen. In: Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2018. Seite 373 bis 376. Münster: WTM-Verlag.
- SCHÜTTE, MARCUS; JUNG, JUDITH; KRUMMHEUER, GÖTZ (2021): Diskurse als Ort der mathematischen Denkentwicklung – Eine interaktionistische Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik*. 42 (2). Seite 525 bis 551. doi: 10.1007/s13138-021-00183-6
- VOGLER, ANNA-MARIETHA; HENSCHEN, ESTHER; TESCHNER, MARTINA (2023): Facettenreichtum kollektiver Argumentationen in Peerinteraktionen in Bauspielsituationen. Analysen von Bedingungen für die Möglichkeit des mathematischen Lernens in Peerspielsituationen. In: Brandt, Birgit; Gerlach, Kerstin (Hrsg.): Mathematiklernen aus interpretativer Perspektive II. Seite 237 bis 270. Münster und New York: Waxmann.

Sie interessieren sich für die weitere verwendete Literatur? Die Liste steht hier für Sie bereit: <http://bit.ly/tps-literaturlisten>