

Wie kann Interaktivität in Mathematikvorlesungen gelingen?

Erfahrungen aus dem Koblenzer Vorkurs

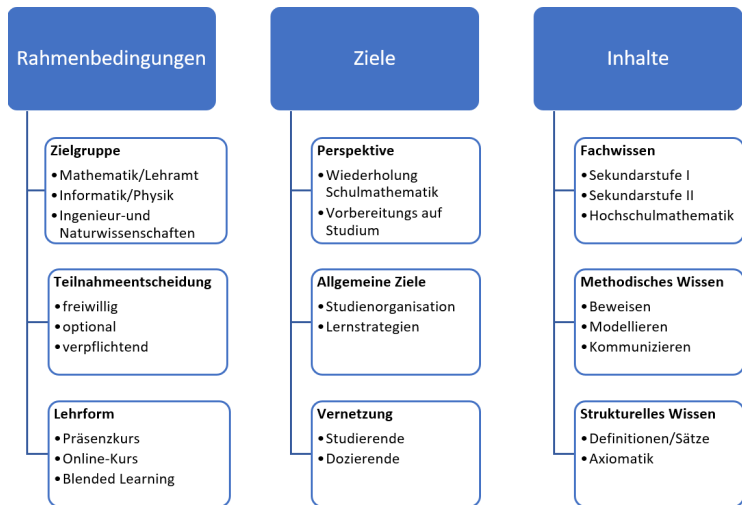
Regula Krapf

Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz

15. November 2019

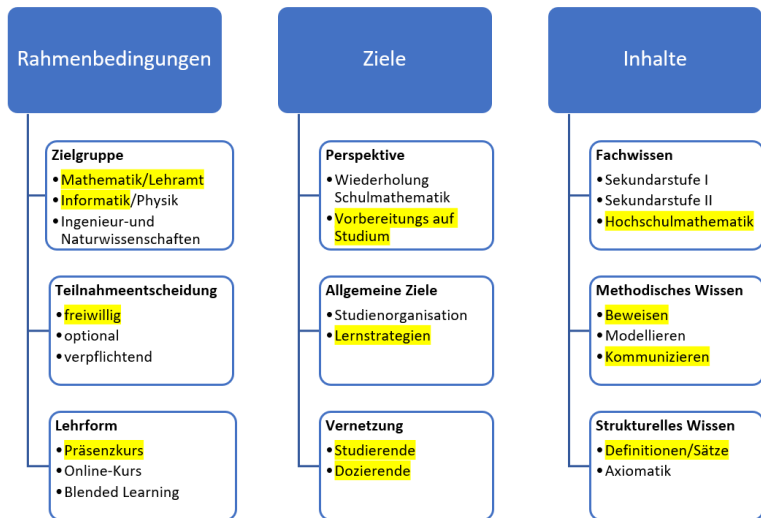
- 1 Theoretischer Hintergrund und Ausgangslage in Koblenz
- 2 Das Lehrkonzept
- 3 Methodik
- 4 Ergebnisse
- 5 Diskussion

Konzeption von Vorkursen



eigene Darstellung in Anlehnung an Greefrath et al. (2015)

Konzeption des Koblenzer Vorkurses



Ziele des Vorkurses

- Einführung in grundlegende Themen der Hochschulmathematik: Logik, Mengen, Relationen, Funktionen, Folgen und ihre Konvergenz, Grundbegriffe der linearen Algebra
- Einführung in die Methoden der Hochschulmathematik, insbesondere Beweismethoden
- Einblick in die Lehr- und Lernformen an Hochschulen
- Vernetzung mit Kommiliton*innen und Dozierenden

Probleme klassischer Vorlesungen

Probleme in Vorlesungen in der Studieneingangsphase:

- Darstellung der Mathematik als fertiges Gebäude statt Prozessorientierung
- Geringe Interaktion zwischen Lehrenden und Lernenden
- Empfindung geringer Relevanz der Vorlesungsinhalte durch Studierende
- Große Unterschiede bezüglich Tempo und Stoffmenge im Vergleich zur Schule
- Aufmerksamkeit wird nicht über gesamte Zeit aufrechterhalten

siehe auch: Hilgert et al, (2014), Fritze & Nordkvelle (2003), Rach et al. (2016), Panse (2018), Liebendörfer (2018)

Klassische Vorlesungen

Klassische **Vorlesungen**:

- überwiegend Frontalunterricht
- zwei Formen der Präsentation:
 - Tafelanschrieb
 - Folien
- zwei Formen der Materialbereitstellung:
 - (vollständiges) Skript/Folien
 - (vollständig) eigenständige Mitschriften

Frage: Wie kann man einen (sinnvollen) Mittelweg finden?

Thesen gemäß Hilgert et al. (2014):

- Niedrige Hürden für die Kommunikation zwischen Lehrenden und Studierenden erhöhen die Chancen dafür, dass die Studierenden sich auf mathematische Inhalte einlassen.
- Regelmäßige und aussagekräftige Rückmeldungen zum Leistungsstand erhöhen die Chancen auf angemessenen Arbeitseinsatz.
- Intensivere und aktivere Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten führt zu einer Verbesserung des Studienerfolgs.

Einige erprobte **Lehrinnovationen** in Vorlesungen:

- **Problemorientierte Vorlesung** (Grieser, 2016): Lösung von elementarmathematischen Problemen; explorative, interaktive Phasen in der Vorlesung
- **Tutorielle Vorlesung** (Hilgert et al., 2014; Hilgert et al., 2015): Erteilung von Lese- und Arbeitsaufträgen, Einsatz elektronischer Feedbacksysteme
- **Inverted Classroom** (Spannagel, 2013): Videobasierte Theorievermittlung; Ersetzung der Vorlesung durch „aktives Plenum“

Aber: Eine interaktive Vorlesungsgestaltung führt oft zu einer Stoffreduktion oder zu erhöhtem Anteil an Selbststudium.

Das Lehrkonzept

Vorlesung: (120 Minuten)

- Verwendung eines **Lückenskripts**: Definitionen und Sätze vorgegeben; Beweise, Beispiele, Aufgaben an der Tafel, siehe auch Panse (2018)
- Kurze **Gruppenarbeitsphasen** (ca. 4-10 Minuten) in der Vorlesung, anschließend kurze Besprechung an der Tafel
- **Betreuung** durch studentische Hilfskraft

Übung: (150 Minuten)

- Je ein **Übungsblatt** mit 8 Aufgaben verschiedener Schwierigkeitsgrade
- 5 Gruppen mit je ca. 20 Teilnehmenden, **Gruppenarbeit**

Abschlusstest: in der letzten Übung

Welche Aufgaben eignen sich für eine kurze Gruppenarbeitsphase?

- Konzeptionelle Aufgaben (Verknüpfung von Concept Image und Concept Definition) (Tall & Vinner, 1983)
- Schnittstellenaufgaben (Bauer, 2013)
- Aufgaben, die in ähnlicher Form als Beispiel (Demonstrationsaufgabe) vorgeführt wurden
- Einfache Kalkülaufgaben

Das Vorlesungskonzept

Definition. Eine Aussage, die allgemeingültig ist, d.h. unabhängig vom Wahrheitswert der aussagenlogischen Variablen¹ immer wahr ist, nennt man *Tautologie*. Eine Aussage, die für jede Belegung der aussagenlogischen Variablen falsch ist, wird als *Kontradiktion* bezeichnet.

Beispiel.

- $A \vee \neg A$ ist eine
- $A \wedge \neg A$ ist eine

Merkregel: Bei einer Tautologie sind alle Einträge in der Wahrheitstafel „w“, bei einer Kontradiktion sind alle Einträge „f“.

Aufgabe 7. Überlegen Sie intuitiv, ob es sich bei

$$A \wedge \neg B \Rightarrow (B \Rightarrow \neg A)$$

um eine Tautologie handelt und begründen Sie dies anhand einer Wahrheitstafel.

A	B	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg A$	$B \Rightarrow \neg A$	$A \wedge \neg B \Rightarrow (B \Rightarrow \neg A)$
w	w					
w	f					
f	w					
f	f					

Das Vorlesungskonzept

Definition. Die *Kontraposition* einer Aussage der Form $A \Rightarrow B$ ist $\neg B \Rightarrow \neg A$.

Bei einem *Kontrapositionsbeweis* zeigt man eine Implikation $A \Rightarrow B$, indem man sich zur Nutze macht, dass dies äquivalent zu $\neg B \Rightarrow \neg A$ ist. Man nimmt also an, dass die zu beweisende Behauptung B nicht gilt und beweist, dass dann A auch falsch ist.

Aufgabe 4. Geben Sie die Kontraposition der folgenden Aussage an, und beweisen Sie die Aussage mit einem Kontrapositionsbeweis.

Behauptung: Falls für ein $a \in \mathbb{Z}$ die Zahl a^2 gerade ist, so ist auch a gerade.

Kontraposition:

Beweis der Behauptung:

Das Vorlesungskonzept

Aufgabe 5. Gilt $3 \mid 89731$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Definition. Eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ mit Ziffern $a_k a_{k-1} \dots a_0$ lässt sich in *Dezimaldarstellung* darstellen durch

Die *Quersumme* $Q(n)$ ist dann definiert als $Q(n) :=$
Das Zeichen $:=$ steht für “*per Definition gleich*”.

Beispiel. Es gilt die folgende *Quersummenregel*:

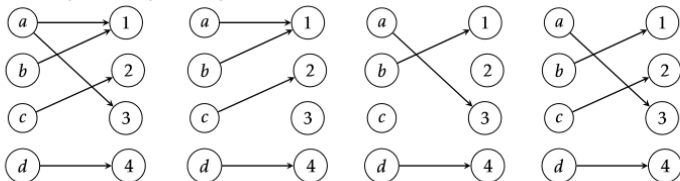
Beweis.

Das Vorlesungskonzept

Definition. Seien M und N beliebige Mengen sowie $f : M \rightarrow N$ eine Funktion. Wir nennen die Funktion f

- *injektiv*, falls für alle $x_1, x_2 \in M$ aus $f(x_1) = f(x_2)$ schon $x_1 = x_2$ folgt.
- *surjektiv*, falls für jedes $y \in N$ ein $x \in M$ existiert mit $f(x) = y$.
- *bijektiv*, falls f injektiv und surjektiv ist.

Aufgabe 8. Welche der folgenden Zuordnungen stellen Funktionen dar? Im Falle einer Funktion: Sind sie injektiv/surjektiv/bijektiv?



Aufgabe 4. Diskutieren Sie, wieso die folgenden Alternativen zur Grenzwertdefinition nicht geeignet sind.

- (1) $\forall \varepsilon > 0 : \forall n \geq 0 : |a_n - a| < \varepsilon.$
- (2) $\forall \varepsilon > 0 : \exists N \in \mathbb{N} : \forall n \geq N : a_n - a < \varepsilon.$
- (3) $\exists N \in \mathbb{N} : \forall n \geq N : |a_n - a| < 0,01.$
- (4) $\exists N \in \mathbb{N} : \forall \varepsilon > 0 : \forall n \geq N : |a_n - a| < \varepsilon.$
- (5) $\forall \varepsilon > 0 : \forall N \in \mathbb{N} : \exists n \geq N : |a_n - a| < \varepsilon.$

Das Vorlesungskonzept

Aufgabe 2. Überlegen Sie (ohne formalen Beweis): Welche geometrischen Objekte bilden Untervektorräume von \mathbb{R}^3 ?

Definition. Sei V ein \mathbb{R} -Vektorraum. Seien $v_1, \dots, v_n \in V$. Dann heißt

$$\text{span}(v_1, \dots, v_n) := \{v \in V \mid \exists \lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R} : v = \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n\}$$

der von v_1, \dots, v_n erzeugte (oder aufgespannte) Untervektorraum von V . Insbesondere ist $\text{span}(v_1, \dots, v_n)$ der kleinste Untervektorraum von V , der v_1, \dots, v_n enthält. Ein Element $\lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n$ von $\text{span}(v_1, \dots, v_n)$ wird als *Linearkombination* von v_1, \dots, v_n bezeichnet.

Beispiel. Es seien $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Beschreiben Sie $\text{span}(v_1)$ und $\text{span}(v_1, v_2)$.

Das Übungskonzept

Aufgabe 1. Verneinen Sie die folgenden Redewendungen und Sprichwörter:

- (a) Es ist nicht alles Gold, was glänzt.
- (b) Marmor, Stein und Eisen bricht, aber Omas Plätzchen nicht!
- (c) Für jeden Topf gibt es einen passenden Deckel.
- (d) Wenn der Hahn kräht auf dem Mist, ändert sich das Wetter oder es bleibt, wie es ist.
- (e) Wer nichts wird, wird Wirt.

Aufgabe 2. Geben Sie Beispiele für Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R} an, die

- (a) injektiv, aber nicht surjektiv,
- (b) surjektiv, aber nicht injektiv,
- (c) bijektiv, aber ungleich der Identität (d.h. nicht die Funktion $x \mapsto x$),
- (d) weder surjektiv noch injektiv sind.

Entwicklung affektiver Merkmale in der Studieneingangsphase:

- **Vorkurse für Mathematik/Lehramt:** (Leichter) Rückgang des mathematischen Selbstkonzepts, Interesse, mathematikbezogener Freude; mathematische Selbstwirksamkeitserwartung und mathematikbezogene Freude bleibt im Wesentlichen konstant (WiGeMath-Projekt; Lankeit & Biehler, 2018)
- **Studieneingangsphase:** Ähnliche Befunde; Unterschiede nach Studierendentyp (Rach & Heinz, 2013)
- **Problemorientierte Vorlesung:** Mathematische Selbstwirksamkeitserwartung vergleichbar mit klassischer Vorlesung, aber geringere Überforderung, mehr Eigenaktivität, vermindertes Abschreiben (Göller & Liebendörfer, 2016)

- 1 Wie beurteilen die Studierenden das entwickelte Lehrkonzept?
- 2 Wie entwickeln sich mathematikbezogene affektive Merkmale im Verlauf des Vorkurses? Lassen sich die Ergebnisse aus dem WiGeMath-Projekt bestätigen?
- 3 Lassen sich Unterschiede zwischen den Zielgruppen feststellen?

Zwei **Befragungen:**

- 1 Eingangsbefragung ($T1$) in der ersten Vorlesung: $N = 120$
- 2 Ausgangsbefragung ($T2$) in der letzten Vorlesung: $N = 85$

Anwesend an Terminen $T1$ und $T2$: $N = 75$

Verwendung von Skalen aus dem WiGeMatz-Projekt zur Erfassung affektiver Merkmale sowie eigener Items zur Bewertung des Lehrkonzepts

Stichprobe der an $T1$ und $T2$ anwesenden Studierenden

Gruppe	Anzahl	Geschlecht	Alter	Abiturnote	Mathematiknote
Lehramt*	28	13m/15w	20,11	2,41	10,25
Informatik**	47	36m/11w	20,49	2,50	9,00
Insgesamt	75	49m/26w	20,35	2,47	9,49

Jeweils rund 60% der Studierenden haben einen Leistungskurs besucht.

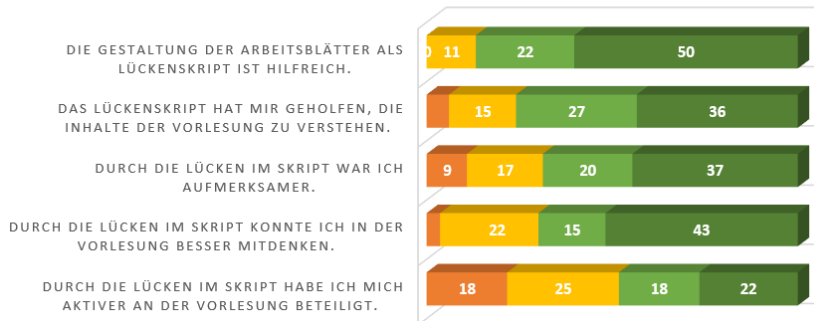
* Lehramt: Zielschularten Gymnasium/Realschule plus

**Informatik: Informatik und Computervisualistik

Bewertung des Lückenskripts

BEWERTUNG DES LÜCKENSKRIPTS

■ trifft nicht zu
 ■ trifft eher nicht zu
 ■ trifft eher zu
 ■ trifft zu

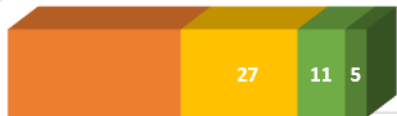


Angabe in Häufigkeiten ($N = 83$)

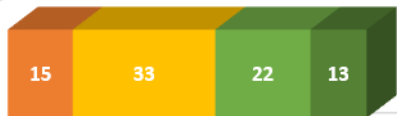
BEWERTUNG DES LÜCKENSKRIPTS

■ trifft nicht zu
 ■ trifft eher nicht zu
 ■ trifft eher zu
 ■ trifft zu

DURCH DIE LÜCKEN IM SKRIPT KONNTE ICH
DER VORLESUNG SCHLECHTER FOLGEN.



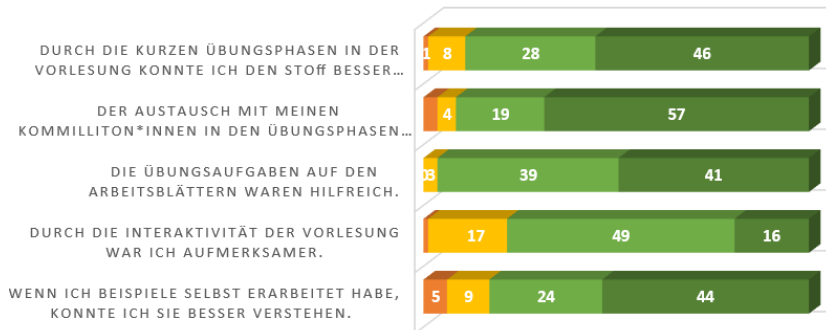
DURCH DIE LÜCKEN IM SKRIPT WAR ICH IN
DER VORLESUNG ÜBERWIEGEND MIT
ABSCHREIBEN BESCHÄFTIGT.



Bewertung der Übungsphasen

BEWERTUNG DER ÜBUNGSPHASEN

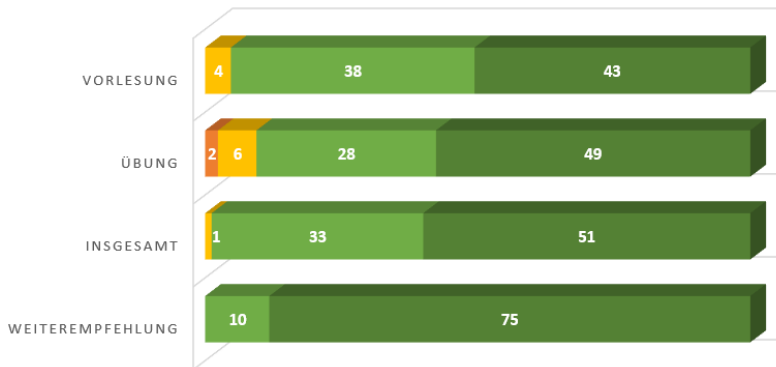
■ trifft nicht zu
 ■ trifft eher nicht zu
 ■ trifft eher zu
 ■ trifft zu



Angabe in Häufigkeiten ($N = 83$)

ZUFRIEDENHEIT DER KURSTEILNEHMENDEN

■ nicht zufrieden
 ■ eher nicht zufrieden
 ■ eher zufrieden
 ■ sehr zufrieden



Angabe in Häufigkeiten ($N = 85$)

Ergebnisse

Beide Gruppen

Merkmal	M_1	SD_1	M_2	SD_2	D
Math. Selbstwirksamkeitserwartung*	2,73	0,47	2,66	0,47	-0,06
Math. Selbstkonzept*	2,99	0,52	2,83	0,53	-0,16
Interesse an Mathematik**	3,81	1,00	3,55	1,03	-0,27
Mathematikbezogene Angst**	3,94	1,14	3,97	1,14	0,03
Mathematikbezogene Freude**	3,61	1,01	3,45	1,06	-0,16

*: 4-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

** : 6-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

grün: $d > 0,26$, $p < 0,001$

gelb: $d > 0,15$, $p < 0,05$

Skalen übernommen vom WiGeMath-Projekt; Cronbachs $\alpha > 0.7$

Lehramt

Merkmal	M_1	SD_1	M_2	SD_2	D
Math. Selbstwirksamkeitserwartung*	2,75	0,34	2,64	0,34	-0,11
Math. Selbstkonzept*	3,09	0,45	2,92	0,42	-0,17
Interesse an Mathematik**	4,36	0,86	3,89	0,93	-0,48
Mathematikbezogene Angst**	4,02	1,10	4,31	0,85	0,29
Mathematikbezogene Freude**	4,11	0,92	3,95	0,98	-0,16

*: 4-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

** : 6-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

grün: $d > 0,4$, $p < 0,001$

Skalen übernommen vom WiGeMath-Projekt; Cronbachs $\alpha > 0.7$

Informatik

Merkmal	M_1	SD_1	M_2	SD_2	D
Math. Selbstwirksamkeitserwartung*	2,71	0,54	2,68	0,54	-0,04
Math. Selbstkonzept*	2,92	0,55	2,78	0,58	-0,14
Interesse an Mathematik**	3,49	0,95	3,35	1,05	-0,14
Mathematikbezogene Angst**	3,90	1,20	3,77	1,25	0,13
Mathematikbezogene Freude**	3,30	0,96	3,14	1,00	-0,16

*: 4-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

** : 6-stufige Likert-Skala, aufsteigende Zustimmung

grün: $d > 0,25$, $p < 0,001$

gelb: $d > 0,14$, $p < 0,05$

Skalen übernommen vom WiGeMath-Projekt; Cronbachs $\alpha > 0.7$

Weitere Ergebnisse

- Mathematische Selbstwirksamkeitserfahrung, Selbstkonzept, Interesse und Freude korreliert signifikant mit der Abiturnote und der letzten schulischen Mathematiknote
- Abschneiden im Vorkursabschlusstest korreliert signifikant mit mathematischer Selbstwirksamkeitserfahrung und Selbstkonzept
- Erwartungen Einblick in die Hochschulmathematik (97,3%) und Lehr- und Lernformen an Hochschulen (97,3%), Vernetzung mit Studierenden (89,2%) und Dozierenden (63,5%) wurden überwiegend erfüllt; Wiederholung von Schulstoff jedoch kaum (28,4%)

- 1 Der Einsatz eines Lückenskripts und die Unterbrechung der Vorlesung durch kurze Übungsphase stößt überwiegend auf positive Resonanz.
- 2 Das mathematische Selbstkonzept, das Interesse an Mathematik sowie die mathematikbezogene Freude sinken leicht.
- 3 Mathematische Selbstwirksamkeit, Selbstkonzept und Interesse weisen durchgehend niedrige Zustimmungswerte auf als in Studien an anderen Hochschulen (Lankeit & Biehler, 2018)
- 4 Die Zielgruppen Lehramt resp. Informatik/Computervisualistik unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Eingangsvoraussetzungen und der untersuchten Merkmale.

Mögliche Ursachen für den Rückgang von Interesse, Selbstkonzept und Freude:

- Vorgezogener „Eingangsschock“
- „Big-Fish-Little-Pond“-Effekt
- Lerngegenstand, auf den sich die Merkmale beziehen, verändert sich

Lankeit & Biehler (2018), Ufer et al. (2017)

Weitergehende Forschung soll die folgenden Fragen klären:

- ➊ Inwiefern haben sich die Vorstellungen der Studierenden von Mathematik im Verlaufe des Vorkurses verändert?
- ➋ Wieso ist der Rückgang bei Lehramtsstudierenden stärker als bei Studierenden der Informatik/Computervisualistik?
- ➌ Inwiefern eignet sich das im Vorkurs entwickelte Lehrkonzept auch für die Lehre von regulären Lehrveranstaltungen?

Vielen Dank für Ihre
Aufmerksamkeit!

- Bauer, T. (2013). *Schnittstellen bearbeiten in Schnittstellenaufgaben*. In Ableitinger, A., Kramer, J. & Prediger, S. (Hrsg.): Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Wiesbaden: Springer.
- Fritze, F. & Nordkvelle, D. (2003). *Comparing Lectures: Effects of the Technological Context of the Studio*. Education and Information Technologies 8:4, S. 327-343.
- Greefrath, G., Hoever, G., Kürten, R. & Neugebauer, C. (2015): *Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn – Möglichkeiten und Grenzen*. In Roth, J., Bauer, T., Koch, H. & Prediger, S. (Hrsg.): Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik. Wiesbaden: Springer.
- Grieser, D. (2016). *Mathematisches Problemlösen und Beweisen: Ein neues Konzept in der Studieneingangsphase*. In Hoppebrock, A. et al. (Hrsg.): Lehren und Lernen in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze, S. 661-676, Wiesbaden: Springer.
- Hilgert, (2014). *Kann professorale Lehre tutoriell sein? Ein Modellversuch zur „Einführung ins mathematisches Denken und Arbeiten*. In W. Paravicini & J. Schnieder (Hrsg.): Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2014. Münster: WTM-Verlag.
- Hilgert, J., Hoffmann, M. & Panse, A. (2015): *Einführung ins mathematische Denken und Arbeiten. Tutoriell und transparent*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Lankeit, E. & Biehler, R. (2018). *Wirkungen von Mathematikvorkursen auf Einstellungen und Selbstkonzepte von Studierenden*. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.); Beiträge zum Mathematikunterricht 2018, S. 1135 – 1139. Münster: WTM-Verlag.

- Liebendörfer, M. (2018). *Motivationsentwicklung im Mathematikstudium*. Wiesbaden: Springer.
- Panse, A. (2018). *Lehrinnovationen mit angehenden Gymnasiallehrern*. In Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.); Beiträge zum Mathematikunterricht 2018, S. 1371 – 1374. Münster: WTM-Verlag.
- Rach, S. & Heinze, A. (2013). *Welche Studierenden sind im ersten Semester erfolgreich? Zur Rolle von Selbsterklärungen beim Mathematiklernen in der Studieneingangsphase*. Journal für Mathematik-Didaktik, 34(1), S. 121-147.
- Rach, S., Siebert, U. & Heinze, A. (2016). *Operationalisierung und empirische Erprobung von Qualitätskriterien für mathematische Lehrveranstaltungen in der Studieneingangsphase*. In Hoppebrock, A. et al. (Hrsg): *Lehren und Lernen in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze*, S. 601-618. Wiesbaden: Springer.
- Spannagel, C. (2013). *Die Mathematikvorlesung aus der Konserve*. In Sprenger, J. et al. (Hrsg.): *Mathematik lernen, darstellen, deuten, verstehen - Didaktische Sichtweisen vom Kindergarten bis zur Hochschule*, S.253-261. Wiesbaden: Springer.
- Ufer, S., Rach, S. & Kosiol, T. (2017). *Interest in mathematics = interest in mathematics? What general measures of interest reflect when the object of interest changes*. ZDM, 49(3), S. 397-409.