

Anwendungsbezogene Mathematik

**Projekt 1: Der optimale Winkel zum Tor**

**Abgabe: Mittwoch, 18. November 2009**

Ein Fußballspieler läuft parallel zur Außenlinie entlang einer Geraden von der Mittellinie auf das gegnerische Tor (Breite 7,32 m) zu. Der Abstand zum nächstgelegenen Torpfosten an der Torauslinie beträgt 11 Meter, die Entfernung Mittellinie – Torauslinie ist 50 Meter (siehe Skizze auf der nächsten Seite).

**Wie hängt der Winkel  $\alpha$  zum Tor (der Winkel zu den beiden Torpfosten) von der Entfernung des Spielers von der Torauslinie ab?**

Gehen Sie zunächst datenorientiert vor, d.h. machen Sie Messungen. Sie können dabei die Skizze auf der nächsten Seite verwenden. Drucken Sie die Skizze 2-3 mal aus, damit Sie sie für mehrere Messungen verwenden können. Gewiss ist es nicht leicht, exakt zu messen. Machen Sie sich über kleine Ungenauigkeiten beim Messen keine großen Gedanken. Versuchen Sie ein Modell für die Daten zu erstellen:

1. Zeichnen Sie an einem Punkt Ihrer Wahl entlang der Lauflinie des Spielers die Verbindungsstrecken zu den beiden Torpfosten, messen Sie den Winkel  $\alpha$  und die Entfernung  $x$  des Spielers zur Torauslinie. Sie können dabei die Skizze auf S. 2 verwenden.
2. Wiederholen Sie den Vorgang aus 1.) mehrmals, so dass Sie zu 8 bis 10 Positionen des Fußballers jeweils die Entfernung zur Torauslinie und den Winkel um Tor gemessen haben.
3. Geben Sie diese Daten in FATHOM ein und erstellen Sie ein Streudiagramm. Welcher Funktionstyp scheint nach Betrachtung des Streudiagramms geeignet den funktionalen Zusammenhang  $\alpha = f(x)$  zu beschreiben? [Da Sie wohl gar nicht so genau den Winkel messen konnten, haben Sie in jedem Fall Abweichungen zwischen Modell und Daten.]
4. Passen Sie eine Funktion des entsprechenden Typs an, indem Sie passende Parameter (am Besten per Schieberegler wählen. )
5. Erstellen Sie ein Residuendiagramm. Sind Sie mit Ihrem Modell zufrieden? Warum oder warum nicht?
6. In welcher Position in der Winkel zum Tor maximal? Bestimmen Sie am Graphen per Augenmaß das Maximum Ihrer Funktion.

Bearbeiten Sie jetzt das Problem analytisch (Tipp: machen Sie sich kundig über Winkelfunktionen einschließlich deren Umkehrfunktionen)

6. Argumentieren Sie jetzt mit geeigneten trigonometrischen Überlegungen: Welcher Funktionstyp ist geeignet, um den gesuchten Zusammenhang zu modellieren?
7. Wie haben Sie jeweils den Winkel gemessen (in Gradmaß oder im Bogenmaß)? Ihre Wahl hier ist unerheblich, aber achten Sie darauf, dass Sie bei den Messungen wie im Modell dasselbe Winkelmaß wählen.

8. Passen Sie eine entsprechende Funktion an die Daten an, und bestimmen Sie (wiederum per Augenmaß), an welcher Position der Winkel zum Tor maximal ist.
9. Welche Rolle spielt der Abstand der Lauflinie (hier: 11m) des Spielers zum Torpfosten für den optimalen Schusswinkel? Welche Auswirkungen hat dieser Abstand auf die Position mit dem optimalen Winkel? Hier genügt eine qualitative Charakterisierung.

